

Opérations de base

JFA - 21

- On va devoir aussi effectuer des opérations élémentaires dans les différentes bases que l'on va utiliser.
- Pour cela vous devez au moins maîtriser :
 - ❑ L'addition
 - ❑ La soustraction.
 - ❑ La multiplication (étant réalisée avec des additions),
 - ❑ La division (étant réalisée avec des soustractions).



L'addition

JFA - 22

- Elle s'effectue comme en décimal :
 - ❑ Quand on additionne deux nombres, on obtient une retenue quand la somme d'une colonne est supérieure ou égale à la base B.

En base 2 :

$$1 + 1 = 10$$

$$\begin{array}{r} 11111 \\ 111010 \\ + 100110 \\ \hline 1100000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10111011 \\ 10101010 \\ + 11011011 \\ + 11101110 \\ \hline 1001110011 \end{array}$$

En base 16 :

$$F + 1 = 10$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 3DE \\ + 4AC \\ \hline 88A \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1211 \\ FE10A \\ + 9FA10 \\ + 1FCDF \\ \hline 1BD7F9 \end{array}$$



La soustraction

JFA - 23

- Elle s'effectue comme en décimal :
- ❑ Quand on soustrait deux nombres, on ajoute une retenue en haut quand la soustraction sur une colonne est impossible. Et on soustrait 1 en bas sur la colonne suivante :

En base 2 :

$$10 - 1 = 1$$

$$\begin{array}{r} 1100 \\ - 0101 \\ \hline 0111 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1110111 \\ - 00110101 \\ - 00110001 \\ \hline 10010001 \end{array}$$

En base 16 :

$$10 - 1 = F$$

$$\begin{array}{r} 87 \\ - 3A \\ \hline 4D \end{array}$$

$$\begin{array}{r} AE7F \\ - 1F4C \\ - 3D64 \\ \hline 51CF \end{array}$$

iNFO

iUT
GRAND OUEST
NORMANDIE

R 1.03

La multiplication

JFA - 24

- Elle s'effectue comme en décimal :
- ❑ Quand on multiplie deux nombres, on effectue la somme du premier nombre multiplié par chacun des chiffres du deuxième nombre décalé vers la gauche de 1 à chaque fois. Il faut avoir la table de multiplication ! Et on additionne les lignes obtenues :

En base 2 :

Exemple 1 :

$$\begin{array}{r} 1011 \\ * 1101 \\ \hline 1011 \\ 1011.. \\ 1011... \\ \hline 10001111 \end{array}$$

Exemple 2 :

$$\begin{array}{r} 1001,011 \\ * 10100,11 \\ \hline 10\ 01011 \\ 100\ 1011. \\ 100101\ 1.... \\ \hline 1001011. \\ 11000010,10001 \end{array}$$

En base 16 :

Exemple 3 :

$$\begin{array}{r} 2A \\ * 1F \\ \hline 276 \\ 2A. \\ \hline 516 \end{array}$$

Exemple 4 :

$$\begin{array}{r} FAB1 \\ * BC2F \\ \hline EB05F \\ 1F562. \\ BC04C.. \\ AC59B... \\ \hline B848027F \end{array}$$

iNFO

iUT
GRAND OUEST
NORMANDIE

R 1.03

Table de multiplication en base 16

JFA - 25

UND	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
2	0	2	4	6	8	A	C	E	10	12	14	16	18	1A	1C	1E
3	0	3	6	9	C	F	12	15	18	1B	1E	21	24	27	2A	2D
4	0	4	8	C	10	14	18	1C	20	24	28	2C	30	34	38	3C
5	0	5	A	F	14	19	1E	23	28	2D	32	37	3C	41	46	4B
6	0	6	C	12	18	1E	24	2A	30	36	3C	42	48	4E	54	5A
7	0	7	E	15	1C	23	2A	31	38	3F	46	4D	54	5B	62	69
8	0	8	10	18	20	28	30	38	40	48	50	58	60	68	70	78
9	0	9	12	1B	24	2D	36	3F	48	51	5A	63	6C	75	7E	87
A	0	A	14	1E	28	32	3C	46	50	5A	64	6E	78	82	8C	96
B	0	B	16	21	2C	37	42	4D	58	63	6E	79	84	8F	9A	A5
C	0	C	18	24	30	3C	48	54	60	6C	78	84	90	9C	A8	B4
D	0	D	1A	27	34	41	4E	5B	68	75	82	8F	9C	A9	B6	C3
E	0	E	1C	2A	38	46	54	62	70	7E	8C	9A	A8	B6	C4	D2
F	0	F	1E	2D	3C	4B	5A	69	78	87	96	A5	B4	C3	D2	E1

INFO IUT GRAND OUEST NORMANDIE R 1.03

La division

JFA - 26

- Elle s'effectue comme en décimal :
 - ❑ Quand on divise deux nombres, on effectue la soustraction du diviseur au premier nombre en partant de la gauche, autant de fois que possible, ce qui donne le dividende, et on recommence avec le reste jusqu'à 0.

En base 2 :

Exemple 1 :

$$\begin{array}{r}
 100011 \mid 111 \\
 - 111 \quad \mid 101 \\
 \hline
 000111 \\
 - 111 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

En base 16 :

Exemple 2 :

$$\begin{array}{r}
 101100111 \mid 1100 \\
 - 1100 \quad \mid 11101 \\
 \hline
 010100 \\
 - 1100 \\
 \hline
 010001 \\
 - 1100 \\
 \hline
 0010111 \\
 - 1100 \\
 \hline
 01011
 \end{array}$$



EN GRÈVE

INFO IUT GRAND OUEST NORMANDIE R 1.03

JFA - 27

Nombres Signés

- Comment représenter un nombre négatif ?
- Comment représenter un signe – avec des 0 et des 1 ?
 - ☐ Par convention:
 - Un signe + est représenté par un 0,
 - Un signe – est représenté par un 1.
 - ☐ On va donc utiliser 1 bit supplémentaire pour représenter le signe, et ce bit sera mis à gauche.



100100010 sera un nombre négatif !

010001110 sera un nombre positif !

- Il en découle une contrainte, il faut fixer (connaître) le codage (nombre de bits) du nombre binaire sur lequel on travaille !
- Et de plus, il existe plusieurs représentations des nombres signés en binaire.
 - Le complément à 1,
 - Le complément à 2.

iNFO

iUT

GRAND OUEST
NORMANDIE

R 1.03

JFA - 28

Complément à 1

- Pour effectuer le complément à 1 :
 - On fixe le nombre de chiffres du nombre à utiliser,
 - On effectue une fonction NON bit à bit :
on inverse tous les chiffres : on remplace les 0 par des 1, et les 1 par des 0.
- Le complément du complément redonne la valeur d'origine.

Exemple : sur 8 bits :

$$N_{10} = 14_{10} \quad \text{alors en base 2} \quad N_2 = 00001110$$

$$\overline{N_2} = 11110001$$

$$\overline{\overline{N_2}} = 00001110 = N_2$$

iNFO

iUT

GRAND OUEST
NORMANDIE

R 1.03

JFA - 29

Complément à 2

- Pour obtenir le complément à 2, il suffit d'ajouter 1 au complément à 1.

Exemple : sur 8 bits :


$$M_{10} = +14_{10} \quad \text{alors en base 2} \quad M_2 = 00001110_2$$

$$N_{10} = -14_{10} \quad \text{alors}$$

$$\overline{N}_2 = 11110001$$

$$\overline{N}_2 + 1 = 11110010$$

$$\text{Donc } N_{10} = -14_{10} \Rightarrow N_2 = 11110010$$

- Le M.S.B. est toujours représentatif du signe.
- Si on travaille sur n+1 bits, alors on pourra représenter un nombre N tel que :
 - $2^n \leq N \leq 2^n - 1$
- On peut donc utiliser cette méthode pour obtenir des nombres signés.
-  **On ne convertit en complément à 2 que les nombres négatifs !**

iNFO

iUT

GRAND OUEST
NORMANDIE

R 1.03

JFA - 30

Opérations avec le Complément à 2

- On peut donc effectuer les différentes opérations avec les nombres signés en complément à 2 :

Exemple : sur 8 bits :

$\begin{array}{r} 01101100 \\ + 11010011 \\ \hline \cancel{1}00111111 \end{array}$	$\begin{array}{r} 108 \\ + (-45) \\ \hline 63 \end{array}$	$\begin{array}{r} 01101100 \\ - 11110001 \\ \hline \cancel{1}01111011 \end{array}$	$\begin{array}{r} 108 \\ - (-15) \\ \hline 123 \end{array}$
--	--	--	---

- Il faut enlever le bit de poids fort pour obtenir le résultat, si il dépasse le nombre de bits donné.
- Par contre :
 - Si l'on fait la somme de 2 nombres positifs, le résultat doit être positif.
 - Si l'on soustrait un nombre positif d'un nombre négatif, le résultat doit être négatif.
- Donc si le 8^{ème} bit est à 1, on a un dépassement et le bit de gauche est une retenue, ce n'est pas le bit de signe.

$\begin{array}{r} 01101100 \\ + 00101101 \\ \hline \mathbf{1}0011001 \end{array}$	$\begin{array}{r} 108 \\ + (45) \\ \hline 153 \end{array}$	$\begin{array}{r} 10010100 \\ - 00101101 \\ \hline \mathbf{0}1100111 \end{array}$	$\begin{array}{r} -108 \\ - (+45) \\ \hline -153 \end{array}$
---	--	---	---

iNFO

iUT

GRAND OUEST
NORMANDIE

R 1.03