R 1.03

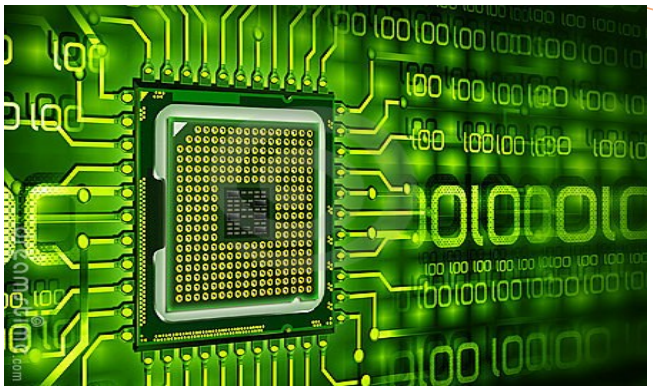
2025 - 2026

Introduction à l'architecture des

Corrigé du TD n° 3

Codage de l'information

Codes détecteurs d'erreurs



ANNE Jean-François

D'après le cours de M. JEANPIERRE

Le but de ce TD est de se familiariser avec les codes de détection, voire de correction, d'erreurs

A. Distance de Hamming :

1°) Quelle est la distance de Hamming de ce code binaire (4 mots de 5 bits) ?

00000 ; 01010 ; 10101 ; 11111

Entre le mot 1 et le mot 2, il y a 2 bits de différence => la distance sera au maximum de 2.

On montre par énumération qu'il n'y a pas de distance plus faible.

La distance de Hamming de ce code est donc de 2, car la distance minimum est de 2 bits.

2°) Proposez un code binaire de 10 mots ayant une distance de Hamming de 3 bits.

Il faut donner des mots qui ont 3 bits de différences entre tous :

000000000000 ; 000000000111 ; 000000111000 ; 000111000000 ; 000111111000 ; 000111111111 ; 111000000000 ; 111000000111 ; 111000111000 ; 111111000000 ;

B. Code à parité

1°) Quelle est la parité de ce code (8 mots de 4 bits) ?

0 :0001 ; 1 :0010 ; 2 :0100 ; 3 :0111 ; 4 :1000 ; 5 :1011 ; 6 :1101 ; 7 :1110

Chaque mot contient un nombre impair de "1". Donc c'est une parité impaire.

2°) Quelle est la distance de Hamming du code précédent ?

Entre le code de 0 et le code de 1, il y a 2 bits de différence. On ne peut pas trouver moins... donc la distance de Hamming est de 2.

3°) Codez les nombres suivants avec le code précédent :

123_8 => 0010 0100 0111 ;

1ère solution : Faux !

001010011_2 => 0001 0001 0010 0001 0010 0001 0001 0010 0010_c ;

123_{16} => 0010 0100 0111_c ;

12_{16} => 0010 0100_c ;

2ème solution :

001010011_2 => 123_8 => 0010 0100 0111_c ;

123_{16} => 000100100011_2 => 0443_8 => 0001 1000 1000 0111_c ;

12_{16} => 00010010_2 => 022_8 => 0001 0100 0100$_c$;

4°) Codez le message (1234_8) avec le code précédent

1234_8 => 0010 0100 0111 1000 $_c$

5°) Quelle est la distance de Hamming du message obtenu ?

D(1,2) = 2 ; D(2,3) = 2 ; D(3,4) = 4 ; …..

La distance de Hamming est de 2.

6°) Le mettre sous la forme d'un code de bloc, en ajoutant un contrôle de parités horizontale et verticale impaires et un contrôle de parité croisée paire.

	VRC					Nb.
	0	0	0	1	0	1
	0	0	1	0	0	2
	0	0	1	1	1	3
	0	1	0	0	0	4
LRC	0	0	1	1	0	

7°) Quelle est la distance de Hamming du message obtenu ?

D(1,2) = 2 ; D(2,3) = 2 ; D(3,4) = 4 ; D(4,LRC) = 3 ; D(1,LRC) = 1 …..

La distance de Hamming est de 1.

C. Contrôle de Redondance Cyclique (CRC)

1°) Soit le polynôme générateur $G(X) = X^5 + X + 1$

a. Quelle sera la longueur du message correspondant à une donnée de :

9 bits => G(X) est de degré 5, il faut d'ajouter 5 bits soit : 14 bits ;

10 bits => G(X) est de degré 5, il faut d'ajouter 5 bits soit : 15 bits ;

1024 octets => G(X) est de degré 5, il faut d'ajouter 5 bits par octet, soit : 1024 octets => 8 * 1024 +5 bits, soit 8197 bits de message ; soit 1025 octets.

b. Déterminer le message binaire à transmettre correspondant à la donnée octale 456_8.

456_8 => 100101110_2

Pour le calcul du CRC, on ajoute n bits à 0 à la donnée si le polynôme est de degré n. On effectue les XOR, on obtient un reste sur n bits, que l'on rajoute comme CRC à la fin des données.

10010111000000 | 100011
⊕ 100011 | 100100100
000110110
⊕ 100011
0101010
⊕ 100011
00100100
⊕ 100011
00011100

456_8 => 10 010 111 011 100_{CRC} => 22734_8

c. Vous recevez le message « 76543_8 », sur 15 bits. Pouvez-vous calculer la donnée initiale ?

76543_8 => 111 110 101 100 011_{CRC}

111110101100011 | 100011
100011 | 1111000000
0111011
100011
0110000
100011
0100111
100011
000100100
100011
000111011
100011
011000

Le reste est différent de 0, donc il y a eu erreur de transmission. => On ne peut rien dire sur le message original !

2°) ***Soit le polynôme générateur $G(X) = X^2 + X + 1$***

a. Vous recevez le message $T(X) = X^{10} + X^7 + X^6 + X^4 + X^3 + X$. Est-il correct ?

$T(X) = X^{10} + X^7 + X^6 + X^4 + X^3 + X$.

T=10011011010

$G(X) = X^2 + X + 1$

G=111

On calcule le reste :

```
1001101101000     | 111
111               | 11011110010
0111
 111
 000101
    111
    0101
     111
     0100
      111
      0111
       111
       000000
```

Le message est correct !

b. Calculez la donnée initiale binaire de ce message T(X)

On supprime les 2 bits du CRC : T=100110110|10

=> M=100110110

c. Pouvez-vous trouver une altération discrète de ce message (message faux avec CRC juste) ?

Pour altérer discrètement le message il suffit de modifier 3 bits consécutifs (multiple du nombre de bits de G)

T =10011011010

T'=01111011010

```
 01111011010
- 111
   1011010
-   111
   0101010
-    111
    010010
```

- 111

  01110

- 111

  0000

Le CRC est juste bien que le message soit faux...

D. Code correcteur d'erreurs

Le protocole Wifi *802.11b* définit un codage du bit 1 par **10110111000₂**, et le codage du bit 0 par **01001000111₂**. Ce code, dit DSSS offre une très bonne résistance aux erreurs.

a. Quelle est sa distance de Hamming ?

```
  10110111000
⊕ 01001000111
  11111111111
```

DSSS utilise une séquence de Barker de 11 bits. Donc si deux messages diffèrent de 1 bit, leurs codages diffèrent de 11 bits donc la distance de Hamming de ce code est de 11.

b. Quelle est la donnée initiale de ce message reçu ?

110001110000100100011110110111111001101110000100100011110010111000010010001110110111001

11000111000|01001000111|10110111111|00110111000|01001000111|10010111000|01001000111|10110111001

Il faut découper le message en blocs de 11 bits, et rechercher le maximum de correspondances avec les mots du code :

11000111000 = 1 (7/11)

01001000111 = 0 (11/11)

10110111111 = 1 (8/11)

00110111000 = 1 (10/11)

01001000111 = 0 (11/11)

10010111000 = 1 (10/11)

01001000111 = 0 (11/11)

10110111001 = 1 (10/11)

==> M = 10110101_2

Quelle serait la représentation binaire de la donnée $B5_{16}$?

T=$B5_{16}$ = 10110101_2

1 => 10110111000

0 => 01001000111

1 => 10110111000

1 => 10110111000

0 => 01001000111

1 => 10110111000

0 => 01001000111

1 => 10110111000

=>T=1011011100001001000111101101110001011011100001001000111101101110000100100011110110

E. Opérateurs Logiques simplesNon

1°) Non

Effectuez l'opération logique NON (NO) (!) avec les exemples suivants :

00001111_2 => 11110000_2 ;

123_{10} => 01111011_2 => 10000100_2 => 132_{10} ;

FA_{16} => 11111010_2 => 00000101_2 => 05_{16} ;

255_{10}=> 11111111_2 => 00000000_2 => 0_{10} ;

2°) ET

Effectuez l'opération logique ET (AND) (&) avec les exemples suivants :

```
  1011 0111        1100 1011        0110 1111
& 1101 1111      & 1001 0110      & 1110 1110
  1001 0111        1000 0010        0110 1110
```

100_2 ET 11111101_2 => 100_2

11101010_2 ET 11011100_2 => 11001000_2

5_{16} ET FB_{16} => 1_{16}

8_{16} AND D_{16} => 8_{16}

$7D_{16}$ ET (! 73_{16}) => C_{16}

3°) OU

Effectuez l'opération logique OU (OR) (|)avec les exemples suivants :

```
  1010 1101        1010 0100        1101 1011
| 1001 1111      | 0100 1001      | 0111 1111
  1011 1111        1110 1101        1111 1111
```

101101_2 OU 11001100_2 => 11101101_2

11100110_2 OU 10010100_2 => 11110110_2

9_{16} OR 0_{16} => 9_{16}

$A8_{16}$ OU $7E_{16}$ => FE_{16}

$7D_{16}$ OU (! 73_{16}) => FD_{16}

4°) ***OU Exclusif***

Effectuez l'opération logique OU Exclusif (XOR) (^) avec les exemples suivants :

```
  1010 1101        1010 0100        1101 1011
^ 1001 1111      ^ 0100 1001      ^ 0111 1111
  0011 0010        1110 1101        1010 0100
```

1001010_2 XOR 11011011_2 => 10010001_2

D_{16} XOR 3_{16} => E_{16}

5_{16} XOR E_{16} => B_{16}

$4B_{16}$ XOR 12_{16} => 59_{16}

$7D_{16}$ XOR (! 73_{16}) => $F1_{16}$

5°) ***NON ET***

100_2 NON ET 11111101_2 => 11111011_2

11101010_2 !ET 11011100_2 => 00110111_2

5_{16} !ET FB_{16} => FE_{16}

8_{16} !AND D_{16} => 7_{16}

$7D_{16}$ NAND (! 73_{16}) => $F3_{16}$

6°) ***NON OU***

101101_2 NON OU 11001100_2 => 00010010_2

11100110_2 !OU 10010100_2 => 00001001_2

9_{16} !OR 0_{16} => 6_{16}

$A8_{16}$!OU $7E_{16}$ => 01_{16}

$7D_{16}$ NOR (! 73_{16}) => 02_{16}

7°) ***NON OU Exclusif***

1001010_2 XNOR 11011011_2 => 01101110_2

D_{16} !XOR 3_{16} => 1_{16}

5_{16} !XOR E_{16} => 4_{16}

$4B_{16}$!XOR 12_{16} => $A6_{16}$

$7D_{16}$!XOR (! 73_{16}) => $0E_{16}$

E. Décalages

1°) A gauche

- Que devient le nombre hexadécimal D après un décalage à gauche de 2 bits ?

  D << 2 = 34
- Que devient le nombre hexadécimal 5 après un décalage à gauche de 2 bits ? :

  5 << 2 = 14
- Que devient le nombre hexadécimal D5 après un décalage à gauche de 1 bit ?

  D5 << 1 = 1AA
- Que devient le nombre hexadécimal AAAA après un décalage à gauche de 4 bits ?

  AAAA << 4 = AAAA0

2°) A droite

- Que devient le nombre hexadécimal 6 après un décalage à droite de 2 bits ?

  6 >> 2 = 1
- Que devient en hexadécimal, le nombre hexadécimal A7 après un décalage à droite de 2 bits ?

  A7 >> 2 = 29
- Que devient le nombre hexadécimal 101 après un décalage à droite de 4 bits ?

  101 >> 4 = 10
- Que devient le nombre hexadécimal 15A après un décalage à droite de 1 bit ?

  15A >> 1 = AD

3°) Masques

- Comment ne garder que les 4 bits de gauche du nombre AF_{16} ?

  (AF_{16} & $F0_{16}$) >> 4 = A_{16}
- Comment ne garder qu'un bit sur 2 du nombre $A5_{16}$ à partir de la droite, et mettre les autres à 0 ?

  ($A5_{16}$ & 55_{16}) = 05_{16}
- Comment ne garder que les 4 bits de droite du nombre FA_{16} ?

$(FA_{16}$ & $0F_{16}) = A_{16}$

- Comment mettre à 0 les 4 bits de gauche du nombre AF_{16} ?

  $(AF_{16}$ & $0F_{16}) = F_{16}$

- Comment mettre à 1 les 4 bits de gauche du nombre AF_{16} ?

  $(AF_{16}$ | $F0_{16}) = FF_{16}$

- Comment mettre à 1 les 4 bits de gauche avec le nombre AF_{16} et le masque $0F_{16}$?

  $(AF_{16}$ & !$0F_{16}) = FF_{16}$

- Comment mettre à 0 les 4 bits de droite avec le nombre $A5_{16}$ et le masque $0F_{16}$?

  $(A5_{16}$ & !$0F_{16}) = A0_{16}$

F. Programmes

1°) Exercice 1

Donnez le résultat du programme suivant :

```
#include<stdio.h>
    int main()
    {
        int a,b;
        int c = 6, d = 1;
        a = c&d;
        b = c|d;
        printf("a=%d ; b=%d ;", a, b);
        return 0;
    }
```

Solution :

& c'est le "ET binaire bit à bit",

| c'est le "OU binaire bit à bit ",

Le programme va donc nous faire un ET logique bit à bit entre 6 : 0100 et 1 : 001 :

soit 0 : 000 pour a et

7 :111 pour b

Donc l'affichage sera : 0 7

2°) Exercice 2

Donnez le résultat du programme suivant :

```
#include<stdio.h>
    int main()
    {
        int a,b;
        a = 0b11001101;
        b = 0b00001111 & a;
        printf("a=%d ; b=%d ;", a, b);
        return 0;
    }
```

Solution :

a = 0b11001101;

b = 0b00001111 & a;

ceci donne en résultat 0b00001101

Soit en décimal -51 et 13.

3°) ***Exercice 3***

Donnez le résultat du programme suivant :

```
#include<stdio.h>
    int main()
    {
        int a,b;
        int c = 6, d = 1;
        a = c && d;
        b = c || d;
        printf("a=%d ; b=%d ;", a, b);
        return 0;
    }
```

Solution :

Concernant les opérateurs && et ||, ils ne peuvent produire que deux résultats différents : 0 (faux) ou 1 (vrai).

L'opérateur && produit 0 si le premier opérande est nul.

L'opérateur && produit 1 si la première et les seconds opérandes sont non nuls.

L'opérateur || produit 0 si la première et les seconds opérandes sont nulles.

L'opérateur || produit 1 si le premier opérande est non nul.

On obtient donc a=1 et b=1 !